

1. 设 $E \subset \mathbb{R}^1$ 且 $m(E) < \infty$, $f_n(x) (n = 1, 2, \dots)$ 是 E 上实值可测函数列. 证明: $f_n(x)$ 在 E 上依测度收敛于 $f(x)$ 的充分必要条件是:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_E |f_n(x) - f(x)| dx = 0, \quad \text{a.e. } x \in E.$$